Topped MAC with extra dimensions?

2004 年 3 月 8 日

Epochal Tsukuba

科研費特定研究第 2 回研究会

「質量起源と超対称性物理の研究」

Masaharu Tanabashi

Tohoku U.

- M.Hashimoto, M.T. and K. Yamawaki, hep-ph/0311165, to appear in PRD

§0. Higgs sector in models beyond the SM

- 標準模型のヒグスセクター (質量の起源)

$$V = \frac{\lambda}{2}\left(\phi^\dagger\phi - \frac{v^2}{2}\right)^2$$

$$M_H^2 = \lambda v^2, \qquad v \simeq 250\mathrm{GeV}$$

  - λ : フリーパラメータ
  - M_H : 理論だけからは決定できない

- 標準模型を超える模型のヒグスセクター
  - Weakly interacting Higgs sector
    任意のスケールで、ヒグスセクターの物理を摂動論的に取り扱うことのできる模型。
    MSSM など。
  - Strongly interacting Higgs sector
    TeV スケールでヒグスセクターは強結合であり、摂動論的には取り扱うことができない模型。Technicolor, Top-color (top-seesaw)...
  - Higgs sector with intermediate coupling
    TeV スケールでは弱結合だが、より高エネルギーで非摂動的になる模型。Top-mode standard model, Little Higgs, ...

- Higgs sector with intermediate coupling

  Little Higgs
  - Higgs scalar as a pseudo NG field.
  - Strong dynamics at $(4\pi)^2 v \gtrsim 10$ TeV.
  - Little hierarchy is resolved without fine tuning.
  - Inspired by the idea of extra dimensions.

  Top-mode standard model
  - Higgs scalar appears as a composite of $t\bar{t}$.
  - Compositeness scale of Higgs $\Lambda \gg$ TeV.
  - NJL type four-fermion interaction.
  - Fine tuning is needed.

This talk

Top-mode standard model

combined with extra dimensions

The power-like running of RG pushes down the compositeness scale Λ. (Less fine tuning.) No additional four-fermion interaction is required.

§1. Brief introduction to top condensate

1. Top mode standard model

アイデア

トップクォークの重い質量が EWSB の起源なのではないか?

基本ヒグス場を導入することなくトップクォークに質量を持たせるためのメカニズム (トップ対凝縮) が必要。

標準模型のヒグス場の期待値 (Higgs mode) の代わりに、トップクォークの対凝縮 (Top mode) を用いる: Top mode standard model と呼ぶことにする。

第 3 世代クォークに NJL 型の相互作用を導入する。

$$\mathcal{L}_{(1)} = \frac{G_{(1)}}{2N_c}(\bar{q}_L^i q_R^j)(\bar{q}_R^j q_L^i)$$

$$q_L = \begin{pmatrix} t_L \\ b_L \end{pmatrix}, \quad q_R = \begin{pmatrix} t_R \\ b_R \end{pmatrix}$$

ギャップ方程式

$$
\begin{aligned}
m_{\rm dyn} &= 4G_{(1)} \int^{\Lambda} \frac{d^4p}{(2\pi)^4 i} \frac{m_{\rm dyn}}{m_{\rm dyn}^2 - p^2} \\
&= \frac{G_{(1)}}{4\pi^2} m_{\rm dyn} \left[\Lambda^2 - m_{\rm dyn}^2 \ln \frac{\Lambda^2}{m_{\rm dyn}^2} \right]
\end{aligned}
$$

$m_{\rm dyn}$: 力学的質量
Λ: 紫外切断

- トリビアルな解 $m_{\rm dyn} = 0$ はいつでも存在する。
- NJL 結合定数が臨界値

  $$G^{\rm cr} = \frac{4\pi^2}{\Lambda^2}$$

  を超えると、電弱対称性が力学的に破れた解 $m_{\rm dyn} \neq 0$ が現れる。

この段階では、トップとボトムの両方が同じ大きさの力学的質量をもってしまう。

$$m_t = m_b = m_{\rm dyn}$$

アイソスピンを破る NJL 相互作用

$$\mathcal{L}_{(3)} = \frac{G_{(3)}}{2N_c}(\bar{q}_L^i q_R^j)(\tau_3)_{jk}(\bar{q}_R^k q_L^i)$$

を導入し、

$$G_t \equiv G_{(1)} + G_{(3)} > G^{\rm cr},$$
$$G_b \equiv G_{(1)} - G_{(3)} < G^{\rm cr}$$

を仮定すれば、$m_t \neq 0,\, m_b = 0$ を得る。

$m_t \simeq 170\mathrm{GeV}$, $v \simeq 250\mathrm{GeV}$ を実現するためには、

$$\ln \frac{\Lambda^2}{m_t^2} \simeq \frac{8\pi^2}{N_c} \frac{v_0^2}{m_t^2} \simeq 50$$

$$\Lambda \gg m_t.$$

が必要。

Top mode standard model の問題点

- Fine tuning, $\Lambda \gg m_t$ が必要。
- NJL 型の相互作用の起源?
- なぜ top のみが力学的質量をもつのか?
  ($G_t > G^{\mathrm{cr}}$, $G_b < G^{\mathrm{cr}}$ は単なる仮定。)

2. BHL compositeness condition

Top mode standard model の解析には、
Bardeen-Hill-Lindner (BHL) の手法が便利。

BHL compositeness condition の予言

Λ (GeV)	10^{19}	10^{15}	10^{11}	10^{7}
m_t (GeV)	218	229	248	293
m_H (GeV)	239	256	285	354

紫外切断のスケール Λ を 10^{19} GeV にとっても、m_t の予言値が、その実験値 $m_t \simeq 170$GeV と比べ大きすぎる。

仮に fine tuning を許容したとしても、top mode standard model はそのままでは work しない。

§2. Extra Dimensions

1. アイデア

コンパクト化された余剰次元ゲージ理論:

各種 KK mode が存在

ひとつひとつの KK-mode との相互作用は弱いが、多数の KK-mode の存在によって、トップ対凝縮に必要な強い引力が生み出される可能性

2. ACDH シナリオ

Arkani-Hamed, Chen, Dobrescu and Hall

- 標準模型と同じゲージ群
  $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$
- 基本ヒグス場は導入しない
- TeV スケールにコンパクト化された偶数次元余剰次元理論
- ゲージ場と第 3 世代クォーク・レプトンはバルクに住む
- 第 1・第 2 世代クォーク・レプトンは 3-brane に閉じ込められている

ACDH の予想 (議論): バルクゲージ場、特にバルク QCD による強い引力によって、トップ対凝縮のみが引き起こされる。

シンプルで現実的なトップ対凝縮模型が構築できる可能性

このセミナーで議論する問題

- トップ対のみ凝縮をおこし、ほかの凝縮が起こらないようなパラメータ領域が存在するか?
- そのパラメータ領域での ACDH シナリオの m_t や m_H に対する予言はどうか?

2. Running of $\overline{\rm MS}$-couplings

くりこみ群

$$(4\pi)^2 \mu \frac{dg_i}{d\mu} = b_i\, g_i^3 + b_i^{\rm KK}(\mu)\, g_i^3, \quad (i = 3, 2, Y)$$

- b_i: zero-mode の寄与
- $b_i^{\rm KK}$: KK-mode の寄与

$$\begin{aligned} b_3^{\rm KK}(\mu) &= -11\, N_{\rm KK}^{g}(\mu) + \frac{\delta}{2}\, N_{\rm KK}^{gs}(\mu) \\ &\quad + \frac{8}{3}\, n_g N_{\rm KK}^{f}(\mu) \end{aligned}$$

with $n_g = 1$.

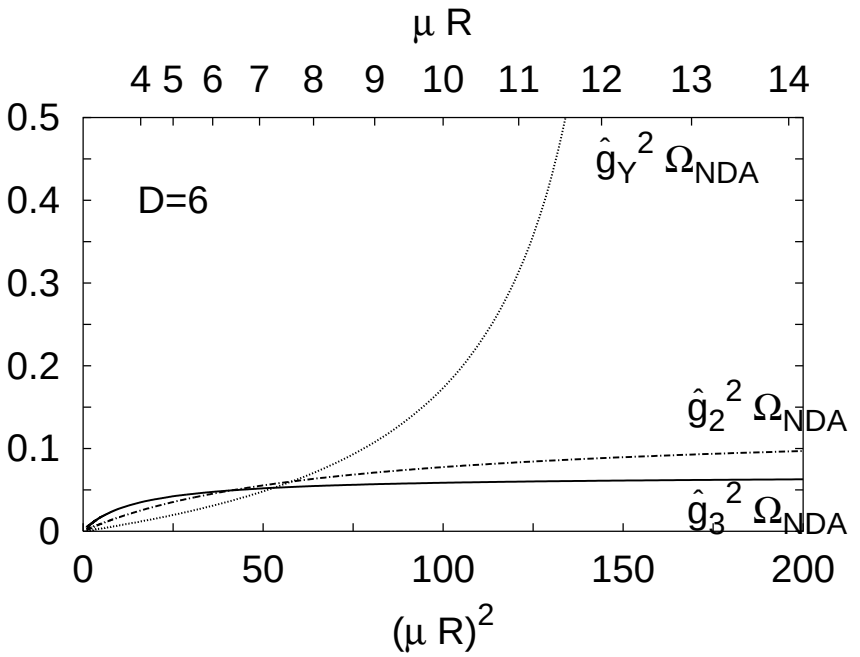
Dimensionful bulk gauge coupling:

$$g_D^2 = (2\pi R)^\delta g^2 / 2^{\delta/2}.$$

Dimensionless bulk gauge coupling:

$$\hat{g}^2 \equiv g_D^2 \mu^\delta.$$

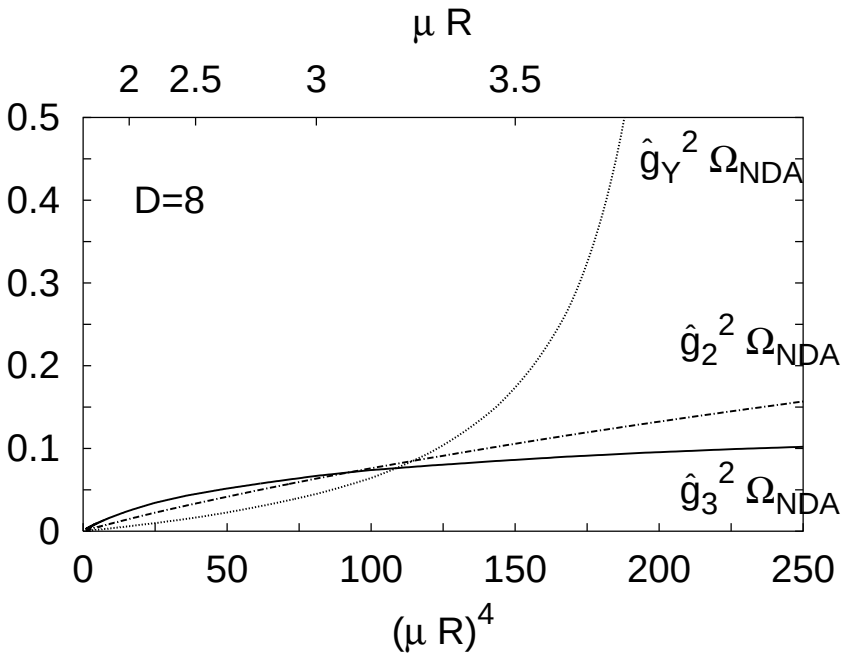
$D = 4 + 2$ 次元の場合



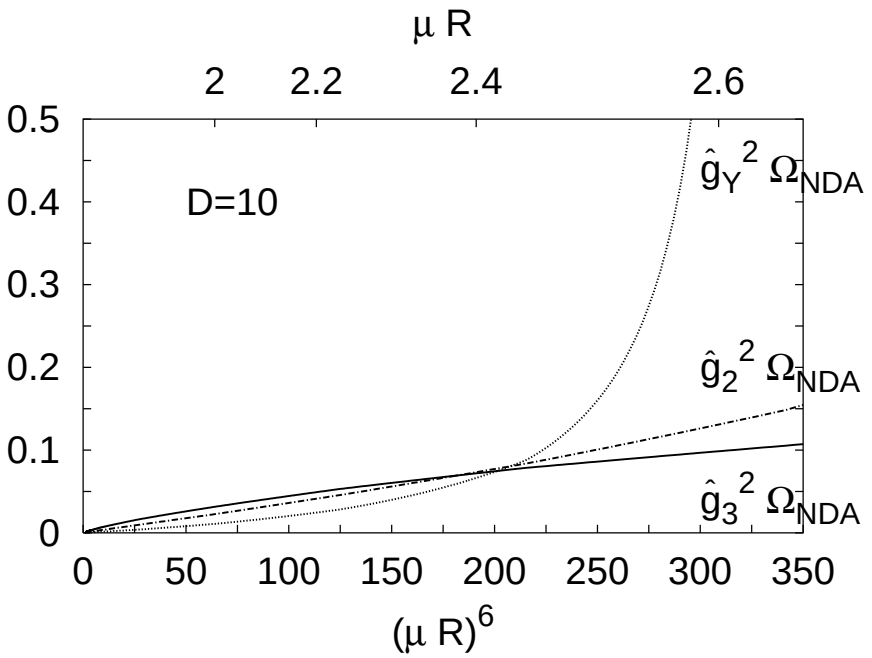
D 次元ループファクター

$$\Omega_{\rm NDA} \equiv \frac{1}{(4\pi)^{D/2}\Gamma(D/2)}.$$

$D = 4 + 4$ 次元の場合



$D = 4 + 6$ 次元の場合



3. Bare couplings with proper-time (PT) regularization scheme

Proper time regularization を用いた gauge boson propagator の計算

$$\left.\frac{1}{g^2_{\rm eff}(q^2_E)}\right|_{\rm PT} = \frac{1}{g^2_{\rm PT}(\Lambda)} - \Pi^{\rm PT}(q^2_E, \Lambda^2)$$

$\overline{\rm MS}$ くりこみでの gauge boson propagator の計算

$$\left.\frac{1}{g^2_{\rm eff}(q^2_E)}\right|_{\overline{\rm MS}} = \frac{1}{g^2_{\overline{\rm MS}}(\mu)} - \Pi^{\overline{\rm MS}}(q^2_E, \mu)$$

Matching condition

$$\left.\frac{1}{g^2_{\rm eff}(q^2_E \to 0)}\right|_{\rm PT} = \left.\frac{1}{g^2_{\rm eff}(q^2_E \to 0)}\right|_{\overline{\rm MS}}$$

を課すことによって、PT-scheme での bare coupling を決める。

§3. Most Attractive Channel (MAC)

$\bar{t}t$ 凝縮、$\bar{b}b$ 凝縮、$\bar{\tau}\tau$ 凝縮の各チャンネルについて、その束縛力を one-gauge-boson-exchange の近似で評価する。

$$\begin{aligned}
\kappa_t(\mu) &= C_F \hat{g}_3^2(\mu)\Omega_{\rm NDA} + \frac{1}{9}\hat{g}_Y^2(\mu)\Omega_{\rm NDA}, \\
\kappa_b(\mu) &= C_F \hat{g}_3^2(\mu)\Omega_{\rm NDA} - \frac{1}{18}\hat{g}_Y^2(\mu)\Omega_{\rm NDA}, \\
\kappa_\tau(\mu) &= \frac{1}{2}\hat{g}_Y^2(\mu)\Omega_{\rm NDA}.
\end{aligned}$$

ただし、$C_F = 4/3$。

トップ対凝縮のみが起き、他の凝縮が起こらないためには、

$$\kappa_t(\Lambda_{\rm tM}) > \kappa_D^{\rm crit} > \kappa_b(\Lambda_{\rm tM}), \kappa_\tau(\Lambda_{\rm tM}), \cdots.$$

を満たす領域に紫外切断があればよい。

- $\Lambda_{\rm tM}$: tMAC scale
- $\kappa_D^{\rm crit}$: 臨界束縛力

$\kappa_D^{\rm crit}$ の評価

- Naive Dimensional Analysis

$$\kappa_D^{\rm crit} \sim 1.$$

- Improved ladder SD equation (version I)

$$\kappa_6^{\rm crit} \simeq 0.122, \quad \kappa_8^{\rm crit} \simeq 0.146, \quad \kappa_{10}^{\rm crit} \simeq 0.163.$$

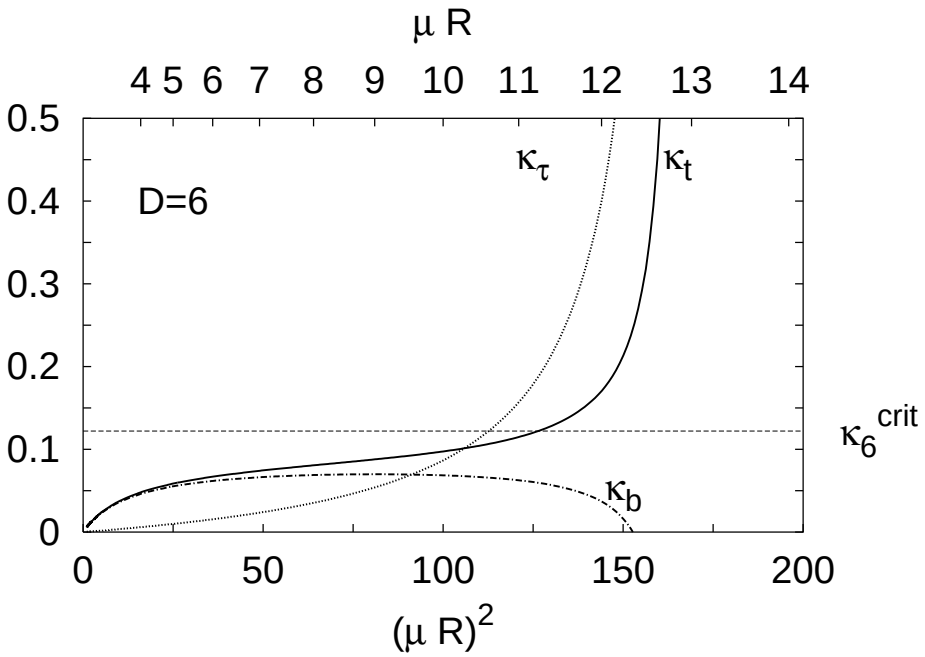
- Improved ladder SD equation (version II)

$$\kappa_6^{\rm crit} = 0.15, \quad \kappa_8^{\rm crit} \simeq 0.214, \quad \kappa_{10}^{\rm crit} \simeq 0.278.$$

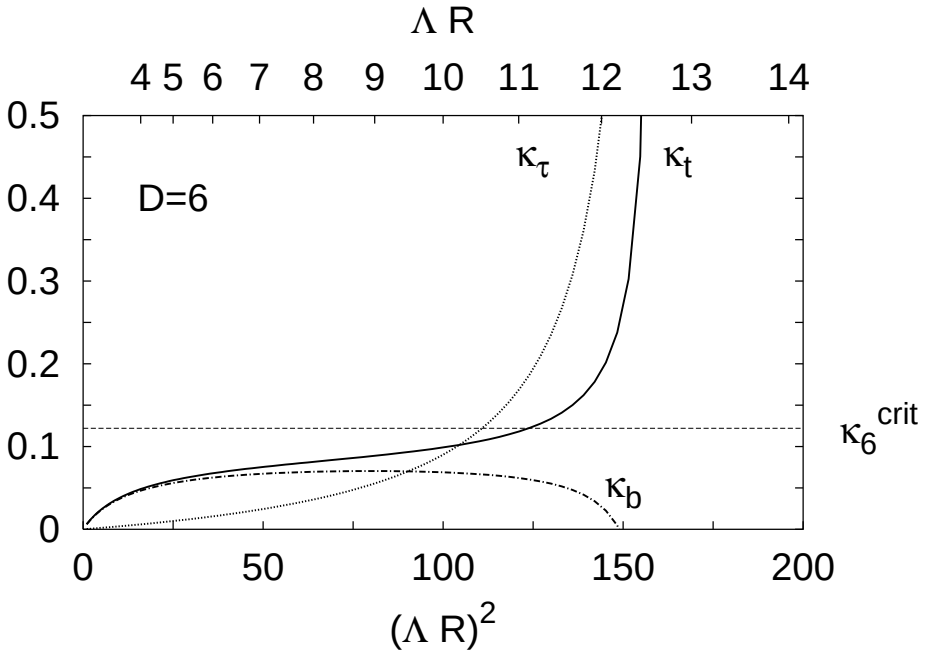
以下の解析では、なるべく tMAC スケールの領域が広くなるように、$\kappa_D^{\rm crit}$ として improved ladder SD equation (version I) の値を採用する。

$D = 4 + 2$ 次元の場合

$\overline{\mathrm{MS}}$-coupling



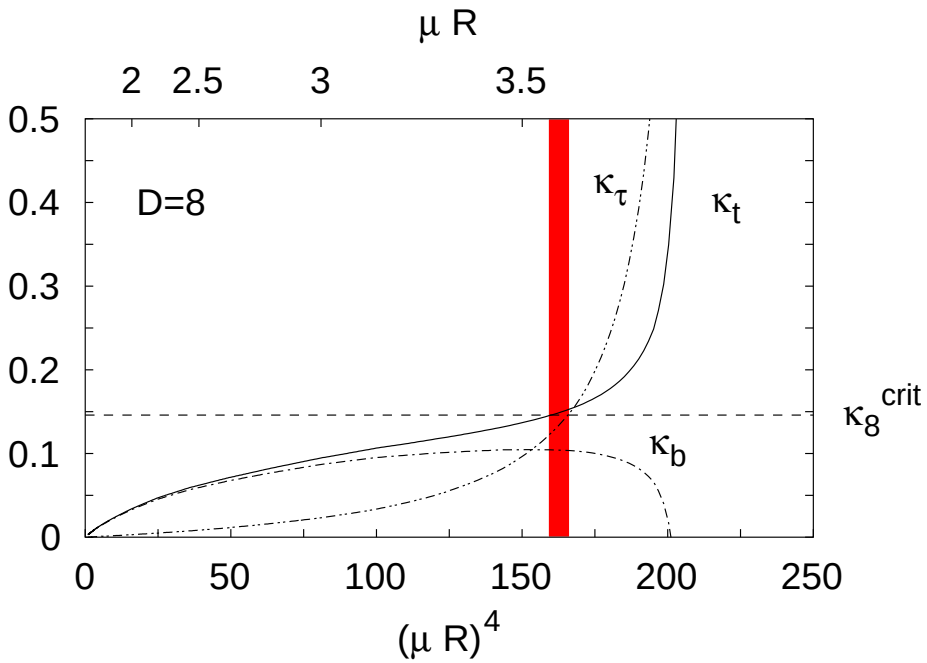
PT-coupling



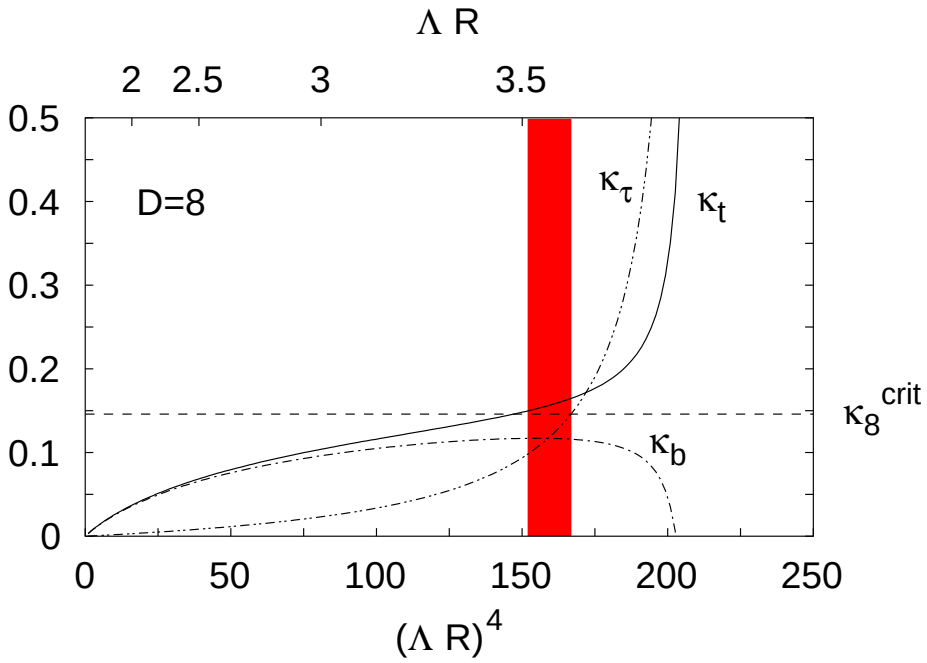
tMAC スケールは存在しない

$D = 4 + 4$ 次元の場合

$\overline{\mathrm{MS}}$-coupling



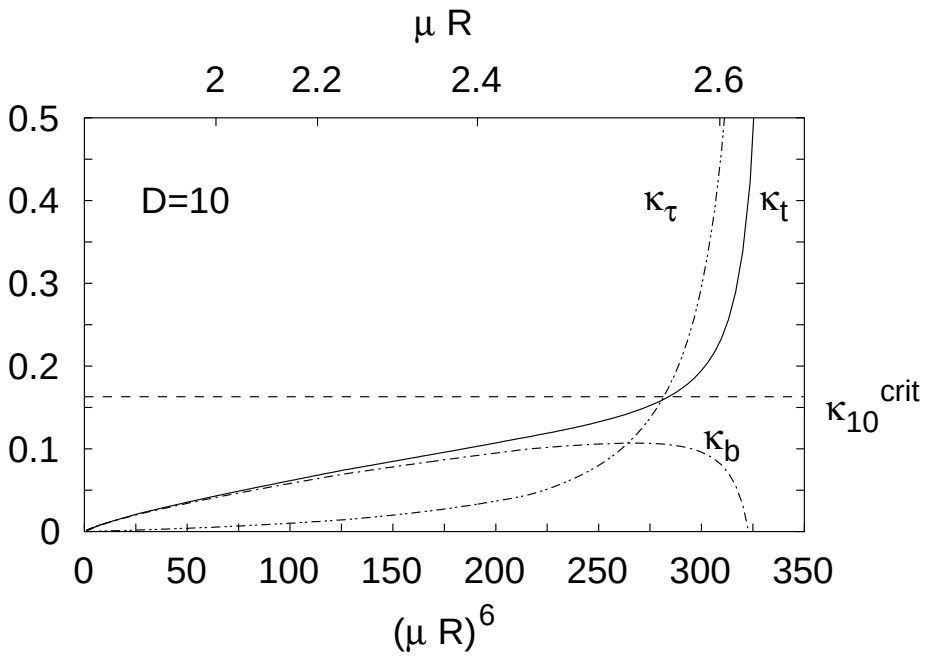
PT-coupling



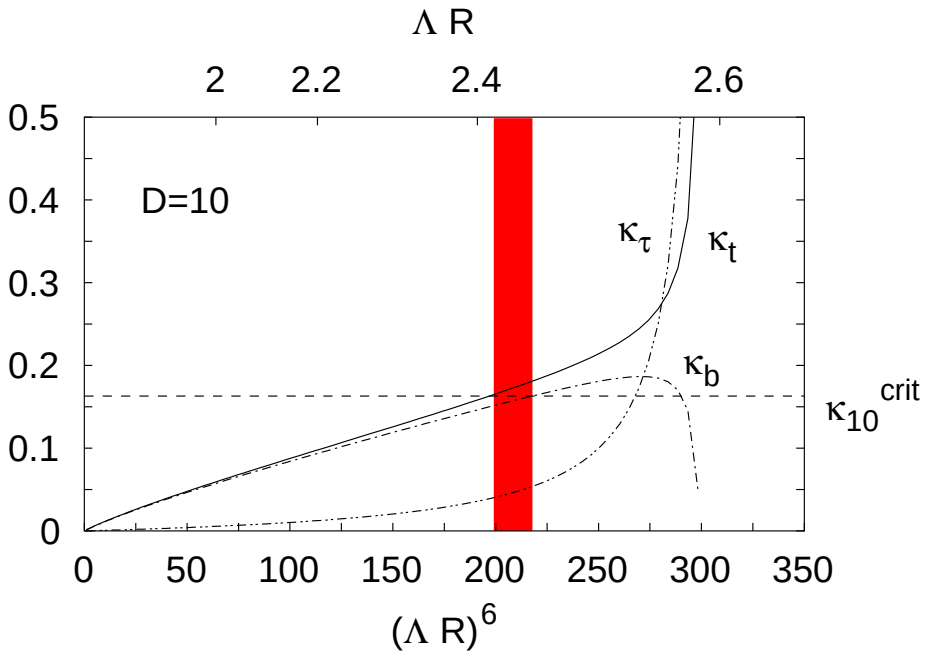
tMAC スケールが存在する (かもしれない)

$D = 4 + 6$ 次元の場合

$\overline{\mathrm{MS}}$-coupling



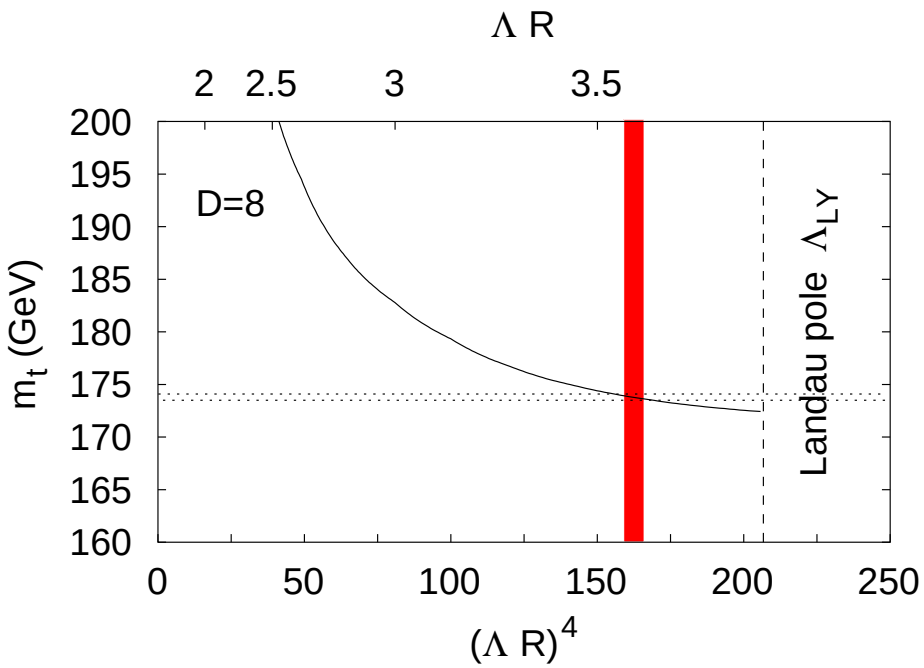
PT-coupling

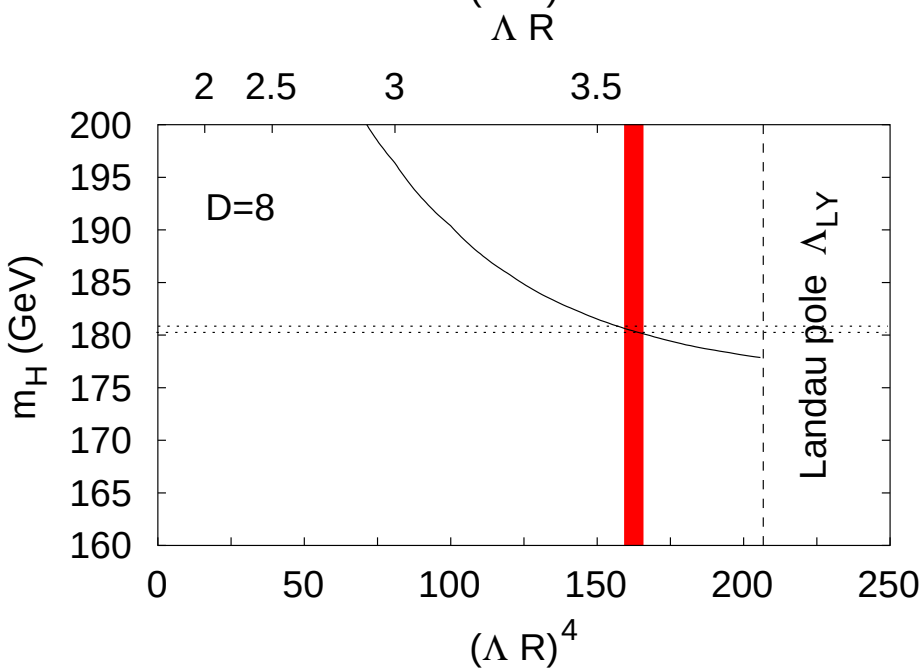


スキーム依存性が大きく、結果が信頼できない

§4. Prediction of m_t and m_H

BHL compositeness condition を用いて、
$D = 4 + 4$ 次元の ACDH シナリオにおける m_t と m_H の予言値を計算する。





BHL 条件での compositeness スケール と
tMAC スケールを一致させた場合の予言値

$$m_t = 172 - 175 \text{ GeV}$$

$$m_H = 176 - 188 \text{ GeV}$$

ここで、$R^{-1} = 1$–100TeV ととった。

比較:
観測されている top quark 質量 (pole mass)

$$174.3 \pm 5.1 \text{ GeV}$$

これに対応する $\overline{\text{MS}}$ 質量

$$164.7 \pm 4.9 \text{ GeV}$$

§5. Summary

- 余剰次元ゲージ理論における対称性の力学的やぶれについて、MAC(Most Attractive Channel) の考察を行なった。
- $D = 4 + 2$ 次元の ACDH シナリオでは、τ 対凝縮の方が MAC となる。
- $D = 4 + 4$ 次元の ACDH シナリオでは、トップ対凝縮が MAC になりうる。この場合、トップ対凝縮模型を NJL 型の相互作用を導入することなく構築できうる。
- $D = 4 + 6$ 次元以上では、MAC の解析に対して、スキームによる不定性が大きい。
- $D = 4 + 4$ 次元のトップ対凝縮の場合の m_t, m_H への予言

$$m_t = 172 - 175 \text{ GeV}$$

$$m_H = 176 - 188 \text{ GeV}$$

模型に調整できるパラメータがほとんど無いことに注意!!